

עבודת קיץ למסיימי כיתות ט

רמה 4-5 יחידות

תלמידים יקרים!

בתחילת שנת הלימודים הבאה בשבוע ראשון בספטמבר יערך מבחן בנושאים של עבודת הקיץ הזאת. המבחן חשוב להמשך הלימודים שלכם בקבוצות ברמה ששובצתם בסוף כיתה ט. החומרים נבחרו מתוך חוברות שלצוות הדרכה ארצי מתמטיקה חט"ב. את העבודה תמסרו למורה ביום של המבחן. יש לעשות את העבודה בצורה מסודרת.

בהצלחה!

פתרו את המשוואות הבאות (מצאו את ערכו של x):

1. $9(2x - 7) = 17 - 4(x - 2)$
2. $7(x - 2) + 9(x + 4) = 16x + 22$
3. $\frac{3x - 2}{8} - \frac{2 + 3x}{6} + \frac{1}{3} = 0$
4. $\frac{2}{3}(x + 1) - \frac{3}{7}(x + 2) = 1$
5. $(x - 5)^2 = x(x + 15)$
6. $(3x + 5)^2 = 9(x + 2)(x - 2)$

תשובות:

1. 4 . 2. אינסוף פתרונות (כל x) . 3. -2 . 4. 5 . 5. 5 . 6. $-\frac{1}{30}$.

פתרו את מערכות המשוואות הבאות בדרך שתבחרו:

11. $y = -4x + 17$
12. $5x + 3y = 29$
13. $3(2y - 5) = 6 + x$
14. $\frac{2x - 3}{2} + \frac{y + 1}{8} = 4$
15. $7x - 5y = 13$
16. $\frac{x + 1}{3} + \frac{3y - 1}{4} = 4$
17. $2(3x - 4) = 4x - 2$

תשובות:

11. $(1\frac{5}{7}; 10\frac{1}{7})$. 12. (4;3) . 13. (3;4) . 14. (5;3) .

פתרו את המשוואות הבאות (במידת הצורך, היעזרו בפירוק לגורמים):

$$\frac{1}{x-3} + \frac{7}{x+3} = \frac{14}{x^2-9} \quad .26$$

$$\frac{6}{x^2+8x} = \frac{x+1}{2x+16} \quad .25$$

$$\frac{9}{x^2-4x+4} = \frac{2x-7}{x-2} \quad .28$$

$$\frac{5}{x^2-4x} + \frac{45}{x^2+4x} = \frac{18}{x^2-16} \quad .27$$

$$\frac{18}{x^2-x-12} + \frac{3x-25}{4x^2+12x} = 0 \quad .30$$

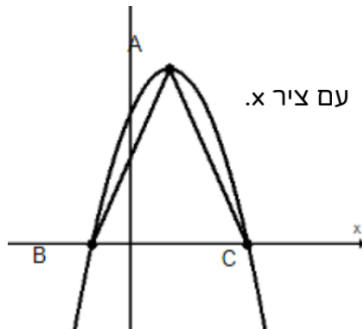
$$\frac{2}{x^2-5x+4} = \frac{1}{x-4} \quad .29$$

$$\frac{3x}{x^2+5x+6} = \frac{2x+2}{x^2+6x+9} \quad .32$$

$$\frac{8}{x^2-3x-10} + 1 = \frac{8}{x+2} - \frac{1}{5-x} \quad .31$$

תשובות:

.1, -4 .32 .6 .31 .-6 $\frac{2}{3}$, -5 .30 .3 .29 .5, $\frac{1}{2}$.28 .5 .27 .-6 .26 .-4, 3 .25



2.

נתון גרף הפונקציה $y = -x^2 + 2x + 3$,

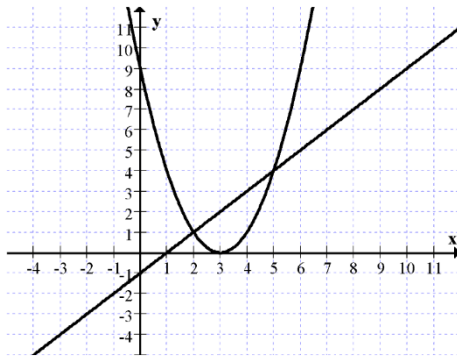
הנקודה A היא קודקוד הפרבולה, הנקודות B, C הן נקודות החיתוך עם ציר x.

א. כתבו את משוואות הקווים הישרים שעליהם

מונחים הקטעים AC, AB.

ב. איזה סוג משולש הוא משולש ABC? נמקו.

ג. חשבו את שטח המשולש ABC.



3 נתונות הפונקציות $f(x) = (x-3)^2$, $g(x) = x-1$

לפניכם סרטוט הגרפים של שתי הפונקציות.

א. רשמו את התחום שבו $f(x) < g(x)$

ב. שרטטו, על אותה מערכת צירים, את

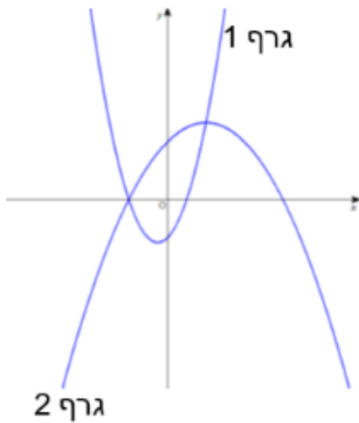
גרף הפונקציה $m(x) = (x-3)^2 - 4$

ג. מצאו עבור אילו ערכים של x

$m(x) = g(x)$ (הציגו פתרון אלגברי)

ד. נתונה הפונקציה $h(x) = f(x) + 3$. כמה פתרונות

יש למשוואה $h(x) = 0$?



4 להלן הגרפים של שתי פונקציות ריבועיות:

$$f(x) = (x-1)(x+2)$$

$$g(x) = -0.25(x+2)(x-6)$$

א. התאימו לכל גרף את הביטוי האלגברי שלו והסבירו את

בחירתכם בעזרת שני נימוקים לפחות.

ב. באיזה גרף נמצאת הנקודה $(12, -21)$? הסבירו כיצד מצאתם.

ג. מצאו את נקודות החיתוך של שני הגרפים.

ד. מצאו את שיעורי הקדקודים של שני הגרפים.

ה. מצאו את אורך הקטע המחבר את שני הקדקודים.

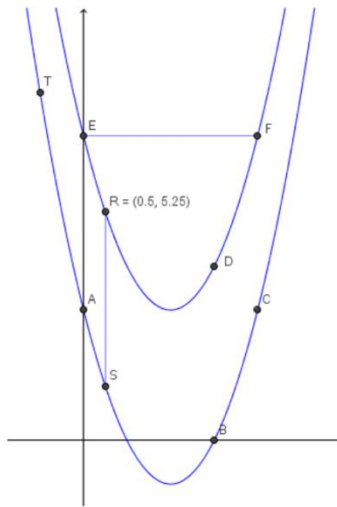
5 נתונה הפונקציה הריבועית $f(x) = (x+2)(x-a)$

א. מצאו ערך של a כך שתתקבל פונקציה ריבועית שבה שיעור ה- x של נקודת הקיצון שלה הוא

$$x=3$$

ב. חשבו את שיעורי נקודת הקיצון.

ג. מה יהיו שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה הריבועית $m(x) = f(x) + 1$.



6 שתיים מתוך ארבע הפונקציות הבאות משורטטות בגרף:

$$\begin{aligned} f(x) &= (x-2)^2 - 1 & g(x) &= x^2 - 4x + 7 \\ h(x) &= (x+2)^2 - 1 & k(x) &= (x-2)^2 + 7 \end{aligned}$$

בכל סעיף נמקו את תשובותיכם.

א. התאימו כל אחד משני הגרפים לביטוי האלגברי שלו (מתוך הרשימה).

ב. מצאו את שיעורי ארבע הנקודות A, B, C, D אם ידוע כי הישר BD מקביל לציר

ה- y וישר AC מקביל לציר ה- x.

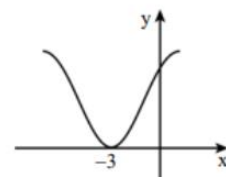
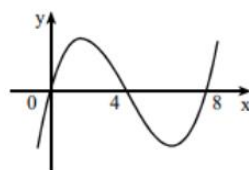
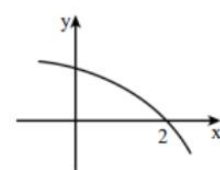
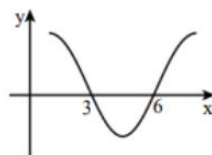
ג. ידוע כי הקטע RS מקביל לציר ה- y. מצאו את אורכו.

ד. מעבירים דרך נקודה T ישר מקביל לציר ה- y. ישר זה חותך את גרף הפרבולה העליונה בנקודה U (לא מסומנת בסרטוט). האם אפשר לקבוע את אורך הקטע TU? אם כן, מה אורכו? אם לא נמקו.

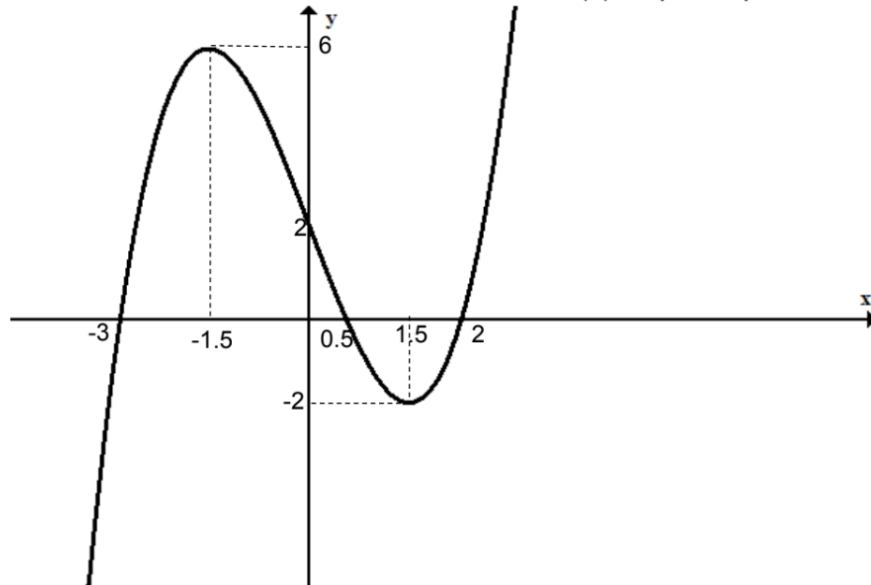
ה. ידוע כי הקטע EF מקביל לציר ה- x. מצאו את אורכו.

ו. מצאו את שטח המשולש BCD.

לפניכם סקיצות של גרפים ובהם מסומנות נקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- x (נקודות האפס של הפונקציה).
היעזרו בשרטוט ורשמו את תחומי החיוביות ואת תחומי השליליות של כל אחת מן הפונקציות.

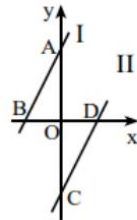


לפניכם גרף הפונקציה $f(x)$ המוגדרת לכל x

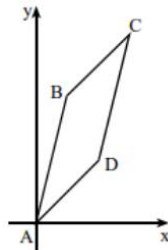


ה. למשוואה $y = 2$ יש _____ נקודות חיתוך עם $f(x)$ למשוואה $y = -3$ יש _____ נקודות חיתוך עם $f(x)$ למשוואה $y = 6$ יש _____ נקודות חיתוך עם $f(x)$ ו. כתבו ערך כלשהו של k עבורו למשוואה $y = k$ יהיו לה 3 נקודות חיתוך עם $f(x)$ ז. כתבו מהו התחום בו יכולים להיות ערכי k עבורו למשוואה $y = k$ יהיו לה 3 נקודות חיתוך עם $f(x)$ ח. כמה נקודות חיתוך עם ציר x יהיו לפונקציה $g(x) = f(x) + 3$? ט. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $t(x) = f(x - 1)$ י. שרטטו במערכת הצירים את גרף הפונקציה $g(x) = f(x)$	א. מצאו את נקודות החיתוך עם הצירים: ציר y: _____ ציר x: _____ ב. באיזה תחום הפונקציה חיובית? באיזה תחום הפונקציה שלילית? ג. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה. רשמו ליד כל נקודה אם היא נקודת מינימום או נקודת מקסימום ד. באיזה תחום הפונקציה עולה? באיזה תחום הפונקציה יורדת?
--	---

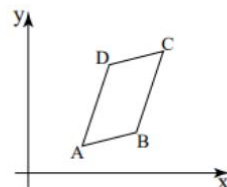
שילובים של גאומטריה והנדסה אנליטית



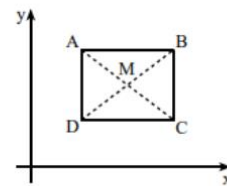
3. בשרטוט מתוארים שני ישרים מקבילים I ו-II, הנפגשים עם הצירים בנקודות A, B, C ו-D. נתון: $OB = OD$ (ראו ציור).
א. הוכיחו: $\triangle AOB \cong \triangle COD$.
ב. הסבירו מדוע $OA = OC$.
ג. משוואת הישר I היא $y = 3x + 6$.
(1) מצאו את שיעורי הנקודה A.
(2) מצאו את שיעורי הנקודה C.
ד. מצאו את משוואת הישר II.



4. קדוקי המרובע ABCD הם: $D(2;2)$, $C(3;6)$, $B(1;4)$, $A(0;0)$.
א. חשבו את שיפועי צלעות המרובע.
ב. הסבירו מדוע $BC \parallel AD$ ו- $AB \parallel DC$.
ג. הוכיחו שהמרובע הוא מקבילית.
ד. הסבירו מדוע $BC = AD$ ו- $AB = DC$.



5. לפניכם מקבילית ABCD. נתונים שיעורי הקדוקדים הבאים: $D(6;8)$ ו- $B(8;3)$, $A(4;2)$.
א. מצאו את שיפועי הצלעות AD ו-BC.
ב. מצאו את משוואת הצלעות BC ו-DC.
ג. מצאו את שיעורי הנקודה C.

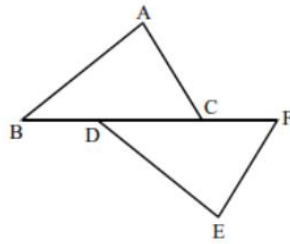


6. B(12;7) ו- D(2;3) הם שני קדוקדים נגדיים במלבן ABCD. הצלע AB מקבילה לציר ה-x.
א. מצאו את שיעורי הקדוקדים A ו-C.
ב. מצאו את שיעורי נקודת מפגש אלכסוני המלבן (הנקודה M שבציור).
ג. הוכיחו: $\angle AMD = 2 \cdot \angle ABD$.
הערה: אין צורך לחשב את הזוויות.

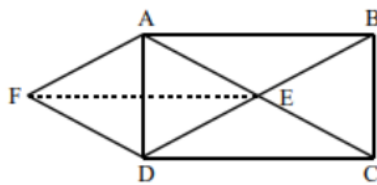
תשובות.

3. ג. (1) $A(0;6)$, (2) $C(0;-6)$. ד. $y = 3x - 6$.
4. א. 1, 4, 1, 4. ד. כל שתי צלעות נגדיות במקבילית שוות זו לזו.
5. א. $m_{BC} = m_{AD} = 3$. ב. $y = 3x - 21$, $y = \frac{1}{4}x + 6.5$. ג. $(10;9)$.
6. א. $A(2;7)$, $C(12;3)$. ב. $M(7;5)$.

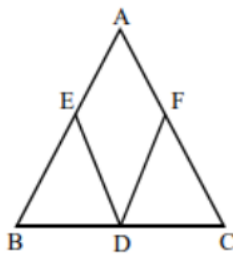
גיאומטריה.



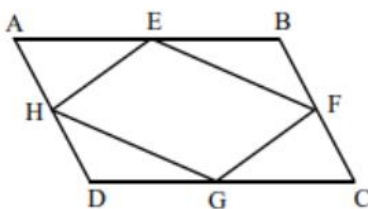
1. הנקודות B, D, C ו-E שברשרטוט
נמצאות על ישר אחד. נתון: $AB = DE$,
 $\angle BDE = \angle FCA$, $\angle A = \angle E$.
א. הוכיחו: $\triangle ABC \cong \triangle EDF$.
ב. (1) הוכיחו: $BC = DF$.
(2) הוכיחו: $BD = CF$.
ג. נתון: $BF = 10$ ס"מ, $DC = 4$ ס"מ.
חשבו את אורך הקטע CF.



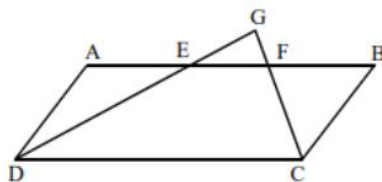
2. אלכסוני המלבן ABCD נפגשים
בנקודה E. נתון: $AF = DE$,
חוצה זווית של $\angle AED$.
א. הוכיחו: המרובע AEDF הוא מעוין.
ב. הוכיחו: המרובע ABEF הוא מקבילית.



3. המשולש ABC הוא שווה-שוקיים ($AB = AC$).
D - אמצע הבסיס BC. נתון: $BE = CF$.
א. הוכיחו: $\triangle BDE \cong \triangle CDF$.
ב. הוכיחו: $DE = DF$.
ג. הוכיחו: $AE = AF$.
ד. הוכיחו: $\angle AED = \angle AFD$.



4. המרובע ABCD הוא מקבילית.
E, F, G, H הן אמצעי הצלעות
AB, BC, CD, DA בהתאמה.
א. הוכיחו: $\triangle AEH \cong \triangle CGF$.
ב. הוכיחו: $EH = GF$.
ג. הוכיחו: המרובע EFGH הוא מקבילית.



5. הנקודות E ו-F נמצאות על הצלע AB
של מקבילית ABCD. המשכי הקטעים
DE ו-CF נפגשים בנקודה G.
נתון: $AD = AE = BF$.
נסמן: $\angle ADE = \alpha$.
א. הביעו באמצעות α את הזווית GEF.
ב. הביעו באמצעות α את הזווית B.
ג. הוכיחו: $DG \perp CG$.

